

Geometria rzutowa - wybór zadań

1. (Tw. o Motylku) Punkt M jest środkiem cięciwy AB okręgu ω . Cięciwy CD i EF przechodzą przez punkt M , zaś punkty P i Q to odpowiednio punkty przecięcia cięciw CE i DF z prostą AB . Pokazać, że $PM = QM$.

2. W okręgu ω dana jest cięciwa CE niebędąca średnicą. Punkt D jest środkiem krótszego łuku CE , odcinek KD zaś jest średnicą okręgu ω . Punkty A i B należą odpowiednio do odcinków KE i KC . F jest takim punktem na odcinku AB , że $\frac{|BF|}{|AF|} = \frac{|BC|}{|AE|}$. Udowodnić, że $|\angle FCE| = |\angle ADE|$.

3. (tw. o Nożycach) Dany jest kąt XAY oraz punkt P nie należący do żadnego z ramion. Z punktu P poprowadzono n prostych tnących ramiona kąta w punktach X_i i Y_i . Dla i od 1 do $n - 1$ punkt przecięcia przekątnych czworokąta $X_iX_{i+1}Y_{i+1}Y_i$ nazywamy E_i . Pokazać, że wszystkie punkty E_i leżą na jednej prostej przechodzącej przez A .

4. (tw. Desarguesa) Pokazać, że dwa trójkąty mają środek perspektywiczny, tzn. proste przechodzące przez odpowiadające sobie wierzchołki przecinają się w jednym punkcie wtedy i tylko wtedy, gdy posiadają oś perspektywiczną, tzn. punkty przecięcia odpowiadających sobie boków leżą na jednej prostej.

5. (tw. Newtona) Dany jest czworokąt zupełny (tzn. taki z punktami przecięć naprzeciwległych boków). Pokazać, że środki wszystkich trzech przekątnych (trzecia to ta łącząca te przecięcia) leżą na jednej prostej.

6. Okrąg o środku w O wpisany w czworokąt $ABCD$ styczny jest do boków AB , BC , CD , AD odpowiednio w punktach K , L , M , N , przy czym proste KL i MN przecinają się w punkcie S . Pokazać, że proste BD i OS są prostopadłe.

7. Okrąg o środku I jest wpisany w czworokąt wypukły $ABCD$, przy czym punkt I nie leży na prostej AC . Przekątne AC i BD przecinają się w punkcie E . Prosta przechodząca przez punkt E oraz prostopadła do prostej BD przecina proste AI , CI odpowiednio w punktach P , Q . Wykazać, że $PE = EQ$.