KÓŁECZKO Z WARUNKOWEGO, CAŁKOWITEGO, BERNOULLIEGO (13.03.07)

1. TEORIA

1.1. Prawdopodobieństwo warunkowe

Pozwala obliczyć prawdopodobieństwo zajścia zdarzenia A, jeśli zaszło zdarzenie B o niezerowym prawdopodobieństwie.
$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

1.2. Prawdopodobieństwo całkowite

$P(A) = \sum P(A|H_i)P(H_i), gdzie H_1, \ldots, H_n)$, gdzie $H_1 \cup H_2 \cup \ldots \cup H_n = \Omega, H_i \neq H_j, P(H_i) < 0.$

1.3. Wzór Bayesa

Pozwala obliczyć prawdopodobieństwo dojścia do celu jedną z możliwych dróg.
$P(H_i|A) = \frac{P(H_i)P(A|H_i)}{\sum_{k=1}^{n} P(H_k)P(A|H_k)}$

1.3. Schemat Bernoulliego

W pojedynczej próbie prawdopodobieństwo sukcesu wynosi p, wykonujemy n prób. Prawdopodobieństwo dokładnie k sukcesów wynosi:
$P_n(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

1.4. Złota myśl rachunku prawdopodobieństwa

Wzorkologia popłaca, ale czasem lepiej pomyśleć :)

2. ZADANIA

2.1. Rzucamy symetryczną kostką sześcienną 15 razy. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w pierwszym rzucie nie otrzymamy 6, a w piętnastym rzucie uzyskamy czwartą szóstkę?

2.2. W urnie mamy 6 kul białych ponumerowanych liczbami od 1 do 6 oraz 7 kul białych ponumerowanych od 1 do 7. Losujemy (bez zwracania) dwie kule. Jakie jest prawdopodobieństwo, że są to kule różnych kolorów, jeśli na obu są numery parzyste?

2.3. W pierwszej urnie znajdują się 3 kule białe oraz 7 kul czarnych, a w drugiej urnie znajdują się 4 kule białe oraz 6 kul czarnych. Losujemy najpierw urnę, a potem kulę z wylosowanej urny. Wylosowaliśmy czarną kulę. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wylosowaliśmy pierwszą urnę?

2.4. W kapeluszu znajduje się N kartek ponumerowanych liczbami od 0 do $N-1$. Losujemy kartkę, a następnie z pozostałych $N-1$ kartek losujemy (bez zwracania) tyle razy, ile wynosiła liczba na tej kartce. Jakie jest prawdopodobieństwo, że ostatnia wylosowana kartka miała numer 0?

2.5. Mamy monetę, dl;a której prawdopodobieństwo wyrzucenia orła wynosi p, oraz dwiema urnami: urnę A z trzema białymi kulami i dwiema czarnymi, oraz urnę B z dwiema kulami białymi oraz dwiema czarnymi. Rzucamy monetą i w przypadku otrzymania orła wyciągamy dwie kule z urny A. Jeśli wyrzuciliśmy reszkę - z urny B. Jakie jest prawdopodobieństwo wylosowania dwóch kul białych?

2.6. W urnie znajduje się n kul ponumerowanych liczbami $1, 2, \ldots, n$. Losujemy liczbę k ze zbioru $0, 1, 2, \ldots, n$, a następnie losujemy bez zwracania k kul z urny. Niech P_n będzie prawdopodobieństwem, że wylosowano wszystkie 4 liczby $1, 2, 3, 4$, a nie wylosowano ani liczby 5, ani liczby 6. Rozstrzygnąć, która z liczb: P_{44}, P_{666} jest większa.