

## Nierówności z trójkątami

1. Pokazać, że jeśli  $a, b, c$  - boki trójkąta, to:

$$\frac{a}{b+c-a} + \frac{b}{c+a-b} + \frac{c}{a+b-c} \geq 3$$

2. Niech  $a, b, c$  - boki trójkąta, a  $r$  - promień okręgu wpisanego. Pokazać, że:

$$6\sqrt{3}r \leq a + b + c$$

3. Niech  $r, R$  - promienie okręgu wpisanego i opisanego na trójkącie. Pokazać, że  $2r \leq R$ .

4. Niech  $a, b, c$  - boki trójkąta, a  $r$  - promień okręgu wpisanego. Pokazać, że:

$$a\sqrt{-a+b+c} + b\sqrt{a-b+c} + c\sqrt{a+b-c} \geq 6r\sqrt{a+b+c}$$

5. Niech  $a, b, c \in \mathbb{R}^+$ . Pokazać, że:

$$2a^3 + 2b^3 + 2c^3 \geq a^2b + ab^2 + b^2c + bc^2 + c^2a + ca^2$$

6. Niech  $ABC$  - trójkąt o bokach  $a, b, c$  i o środku okręgu wpisanego  $I$ . Pokazać, że:

$$AI^2 + BI^2 + CI^2 \geq \frac{(a+b+c)^2}{9}$$

7. Niech  $r, R$  - promienie okręgu wpisanego i opisanego na trójkącie o bokach  $a, b, c$ . Pokazać, że:

$$rR \leq \frac{(a+b+c)^2}{54}$$