

**KÓŁECZKO Z KOLOROWANEK, NIEZMIENNIKÓW I DIRICHLETA -
5.12.2007**

1. Czy szachownicę 43×43 z wyciętym środkowym polem można przykryć klockami 6×1 ?
2. W trójkącie równobocznym o boku 18 dane jest 666 punktów. Udowodnić, że pewne trzy z nich tworzą trójkąt (być może zdegenerowany) o obwodzie co najwyżej 3.
3. Dany jest pięciokąt wypukły o wierzchołkach w punktach kratowych. Udowodnić, że istnieje co najmniej jeden punkt kratowy, który leży wewnątrz lub na obwodzie pięciokąta.
4. W każdym wierzchołku 18-kąta foremnego leży kamień. Ruch polega na przełożeniu dowolnych 2 kamieni na sąsiadujący wierzchołek. Czy można uzyskać w ten sposób wszystkie kamienie w 1 wierzchołku?
5. W szachownicy 19×19 wybieramy ściśle wewnątrz kwadrat 16×16 . Czy da się pokryć wewnętrzny kwadrat rozłącznymi prostokątami 1×5 zawartymi w większym kwadracie?
6. Dana jest szachownica 17×17 z umieszczoną ściśle wewnątrz szachownicą 15×15 . Udowodnić, że mniejszej szachownicy nie da się pokryć klockami 9×1 i 10×1 umieszczonymi na większej szachownicy.
7. Mamy dany sześciian $100 \times 100 \times 100$. Czy można wypełnić go klockami $1 \times 1 \times 51$ i $1 \times 1 \times 53$?