Kółko 19 V 2005 - Stereometria

1. Wykazać, że pole rzutu prostokątnego sześcianu o krawędzi 1 na płaszczyznę jest równe co najwyżej $\sqrt{3}$.

2. Rozstrzygnij, czy istnieje czworościan, w którym wszystkie ściany są trójkątami prostokątnymi.

3. Udowodnić, że w dowolnym czworościanie istnieje wierzchołek, przy którym wszystkie kąty płaskie są ostre.

4. Podstawą ostrosłupa jest czworokąt wypukły. Wykazać, że można ten ostrosłup przeciąć płaszczyzną nie przecinającą podstawy tak, aby w przekroju otrzymać równoległobok.

5. Niech w, k, s oznaczają odpowiednio liczby: wierzchołków, krawędzi i ścian wielościanu wypukłego. Rozstrzygnąć, czy istnieje wielościan wypukły, w którym:

- (a) w =7, k =15, s=10;
- (b) w =8, k =15, s=9;
- (c) w =13, k =35, s=24;
- (d) w =25, k =37, s=14.

6. Wykaż, że dla każdego wielościanu wypukłego przy oznaczeniach w - liczba wierzchołków, s - liczba ścian zachodzą nierówności: $w \leqslant 2s - 4$ i $s \leqslant 2w - 4$.