

## Kolorowania

czwartek, 14 stycznia 2010

1. Udowodnij, że:  $\sum_{k=0}^n 2^k \binom{2n-k}{n} = 4^n$
2. Znajdź wszystkie  $n$  takie, że  $8^n + 1$  jest podzielne przez  $2^n + 1$ .
3. Niech  $S$  będzie zbiorem  $6n$  punktów na prostej.  $4n$  z nich malujemy na niebiesko, zaś  $2n$  na czerwono. Udowodnij, że istnieje odcinek, zawierający dokładnie  $2n$  niebieskich punktów i dokładnie  $n$  czerwonych.
4. Rozwiąż układ równań w zbiorze liczb rzeczywistych:  
$$x^2 + y^2 + z^2 = \frac{1}{3}$$
$$x^2y^2 + y^2z^2 + z^2x^2 = xyz(x + y + z)^3$$