0. Przeprowadź konstrukcyjnie inwersję.

1. Proste k i l są styczne do okręgu ω w punktach A i B odpowiednio. Udowodnij, że obrazem punktu przecięcia prostych k i l względem okręgu ω jest środek odcinka AB.

2. Udowodnij, że jeśli okręgi ω i Ω są prostopadłe, to inwersja względem okręgu ω przekształca okrąg Ω na samego siebie.

3. Udowodnij, że złożenie dwóch inwersji współśrodkowych jest jednokładnością.

4*. Udowodnij, że złożenie dwóch inwersji jest podobieństwem.

5*. Udowodnij, że każde dwa nieprzecinające się okręgi można przekształcić przez inwersję na okręgi współśrodkowe.

6. Okręgi ω_1 i ω_2 przecinają się w punktach A i B. Punkt C leży na okręgu ω_1, a punkt D na ω_2. Udowodnij, że jeśli okręgi opisane na trójkątach CAB i CDB są prostopadłe, to również okręgi ω_1 i ω_2 są prostopadłe.

7. Okrąg ω leży we wnętrzu okręgu Ω. Okrąg o_1 jest styczny zewnętrznie do okręgu ω i wewnętrznie do okręgu Ω. Dla $i = 2, 3, 4, \ldots$ definiujemy okrąg o_i jako okrąg styczny zewnętrznie do o_{i-1} i do ω oraz wewnętrznie do Ω, przy czym konstruując kolejne okręgi o_i poruszamy się w tą samą stronę. Udowodnij, że jeśli dla pewnego $n > 2$ i pewnego o_1 okrąg o_n jest styczne do o_1, to wówczas dla każdego początkowego o_1 okrąg o_1 będzie styczny do o_n.

8. Dane są okręgi ω_1, ω_2, ω_3 i ω_4 oraz ich punkty przecięcia: punkty A_i i B_i są punktami przecięć okręgów ω_i i ω_{i+1} dla $i = 1, 2, 3, 4$ (przyjmujemy $\omega_1 = \omega_5$. Udowodnij, że jeśli na czworokącie $A_1B_1C_1D_1$ da się opisać okrąg, to również na czworokącie $A_2B_2C_2D_2$ da się opisać okrąg.

9. Okrąg ω leży wewnątrz okręgu Ω i przechodzi przez jego środek. Okręgi $o_1, o_2, \ldots, o_6$ są styczne węwnętrznie do okręgu Ω i zewnętrznie do okręgu ω. Ponadto dla $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ okżegi o_i i o_{i+1} są styczne zewnętrznie (przyjmujemy $o_1 = o_7$). Wyznacz możliwe wartości stosunku promienia okręgu ω do promienia okręgu Ω.

10. Okrąg ω leży wewnątrz okręgu Ω i przechodzi przez jego środek. Okręgi $o_1, o_2, \ldots, o_n$ są styczne węwnętrznie do okręgu Ω i zewnętrznie do okręgu ω. Ponadto dla $i = 1, 2, 3, \ldots, n$ okżegi o_i i o_{i+1} są styczne zewnętrznie (przyjmujemy $o_1 = o_{n+1}$). Wykaż, że wspólne styczne okręgów o_i i o_{i+1} przecinają się w jednym punkcie.

11. Dane są rozłaczne okręgi A, B i C. Skonstruuj okrąg styczny do tych okręgów.

12. Dane są okręgi o_1, o_2, o_3 i o_4, przy czym okręgi o_i i o_{i+1} są styczne zewnętrznie dla $i = 1, 2, 3, 4$ (przyjmujemy $o_1 = o_5$). Wykaż, że punkty styczności tych okręgów leżą na jednym okżegu.

13. Okrąg ω leży wewnątrz okręgu Ω i przechodzi przez jego środek. Okręgi $o_1, o_2, \ldots, o_n$ są styczne węwnętrznie do okręgu Ω i zewnętrznie do okręgu ω. Ponadto dla $i = 1, 2, 3, \ldots, n$ okżegi o_i i o_{i+1} są styczne zewnętrznie (przyjmujemy $o_1 = o_{n+1}$). Wykaż, że wspólne styczne okręgów o_i i o_{i+1} leża na jednym okręgu.