Siódma seria zadań trudniejszych

czwartek, 17 grudnia 2009

1. Niech $I(k)$ oznacza iloczyn cyfr w systemie dziesiętnym liczby naturalnej k (np. $I(1341) = 12$, zaś $I(9903) = 0$). Udowodnij, że istnieją takie liczby naturalne a i k, że w ciągu: $a_1 = a$, $a_{n+1} = a_n + k{*}I(a_n)$ dla $n \geqslant 1$ występuje dokładnie 2009 różnych liczb.

2. Znajdź wszystkie nieparzyste $n \in \mathbb{N}$, takie że $n|3^n$-1.

3. Udowodnij, że iloczyn wszystkich liczb pierwszych mniejszych od $n \in \mathbb{N}$ jest mniejszy niż 4^n