

1. Jaka jest liczba permutacji zbioru liczb od 1 do 100, w których liczby 2,3,5,8 pojawiają się w tej właśnie kolejności?
2. Jaka jest liczba permutacji zbioru liczb od 1 do 100, w których liczby 13 i 21 występują obok siebie?
3. Na ile sposobów można ustawić n chłopców i m dziewczynek tak, aby pierwsza stała dziewczynka?
4. Na ile sposobów możemy dojść z jednego z rogów szachownicy $n \times m$ do przeciwległego rogu?
5. Ile jest różnych ciągów z n zer i m jedynek?
6. Dane są liczby $m, d, 0 \leq m \leq d$. Ile jest różnych rozwiązań równania $x_1 + x_2 + \dots + x_m = d$, jeśli: a) $x_i \in \{1, 2\}$; b) $x_i \in \mathbb{N} \cup \{0\}$; c) $x_i \in \mathbb{N}$?
7. Na ile sposobów można posadzić n osób przy okrągłym stole? Dwa sposoby są identyczne, jeśli każda osoba ma tych samych sąsiadów.
8. Na ile sposobów można wybrać k pól z szachownicy $n \times m$ tak, by każde dwa z nich leżały w różnych wierszach i w różnych kolumnach?
9. Udowodnij, że $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$ oraz $\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$ oraz $\binom{n-1}{k-1} \binom{n}{k+1} \binom{n+1}{k} = \binom{n-1}{k} \binom{n+1}{k+1} \binom{n}{k-1}$.
10. Udowodnij, że $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$.
11. Udowodnij, że $\sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} = 0$.
12. Udowodnij, że $\sum_{k=0}^n k \binom{n}{k} = n2^{n-1}$.
13. Udowodnij, że $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k}^2 = \binom{2n}{n}$.
14. Udowodnij, że $\sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} k^2 = 0$.
15. Udowodnij, że $\sum_{k=m+1}^{n+1} \binom{k-1}{m} = \binom{n+1}{m+1}$.
16. Udowodnij, że $\sum_{k=0}^n \binom{n-k}{m} \binom{k}{m} = \binom{n+1}{2m+1}$.
17. Udowodnij, że $\sum_{j=0}^k \binom{n-j-1}{k-j} = \binom{n}{k}$.
18. Udowodnij, że $\sum_{k=0}^n \binom{2n-k}{n} 2^k = 4^n$.
19. Udowodnij, że $\sum_{k=0}^r \binom{r-k}{m} \binom{s+k}{m} = \binom{r+s+1}{m+n+1}$ dla $s \leq n$.
20. Udowodnij, że szachownicy 8×8 z wyciętymi dwoma przeciwległymi rogami nie da się pokryć klockami domino.

-
21. Udowodnij, że szachownicy 10×10 nie da się pokryć klockami 4×1 .
 22. Udowodnij, że poziomej szachownicy 11×10 nie można przykryć klockami poziomymi 2×1 i pionowymi 1×3 .
 23. Udowodnij, że skoczek nie może przejść po wszystkich polach planszy $4 \times n$ dokładnie raz i wrócić na pole startowe.
 24. Są 3 pudełka. W pierwszym jest $n - 2$, w drugim jest n , w trzecim jest $n + 2$ kulek. Ruch polega na wybraniu jednego z pudełek i przełożeniu do niego z każdego innego pudełka po jednej kulce. Czy możliwe jest, aby po wykonaniu pewnej liczby ruchów w pudełkach było po tyle samo kulek?
 25. Niech S będzie zbiorem n osób. Każda z nich zna dokładnie k osób z tego zbioru, dla każdych dwóch znających się istnieje dokładnie l znanych przez obie, dla każdych dwóch nie znających się istnieje dokładnie m znanych przez obie. Udowodnij, że $m(n - k) - k(k - l) + k - m = 0$.
 26. Na drodze w kształcie okręgu stoją stacje benzynowe. W sumie jest na nich dość paliwa na przejechanie całej trasy. Udowodnij, że kierowca może wybrać taką stację, że rozpoczynając z niej trasę (i mając wcześniej pusty bak) przejedzie całą trasę w kierunku zgodnym z ruchem wskazówek zegara.
 27. Niech $n > 5$ oznacza liczbę całkowitą. Wykaż, że w zbiorze $\{n + 1, n + 2, \dots, n + 30\}$ jest co najwyżej osiem liczb pierwszych.
 28. Ile jest liczb czterocyfrowych niepodzielnych ani przez 3, ani przez 5, ani przez 7?
 29. Ile jest liczb całkowitych mniejszych od miliona o sumie cyfr równej 27?
 30. Spośród liczb $1, 2, \dots, 2n$ wybrano $n + 1$. Wykaż, że wśród nich są dwie takie, że ich ilorz jest potęgą dwójki.
 31. W sali jest $n \geq 2$ osób. Wykaż, że co najmniej dwie z nich mają tę samą liczbę znajomych wśród obecnych.
 32. Spośród liczb $1, 2, \dots, 2n - 1$ wybrano $n + 1$ liczb. Wykaż, że są wśród wybranych liczb takie trzy, że jedna z nich jest sumą dwóch pozostałych.
 33. W kwadracie o boku 130 umieszczono w dowolny sposób 2009 małych kwadracików o boku 1. Wykaż, że w tym kwadracie można zmieścić koło o promieniu 1 rozłączne ze wszystkimi kwadracikami.
 34. Wykaż, że wśród liczb Fibonacciego F_n , gdzie $n < 10^6$, istnieje podzielna przez 1000.
 35. Na kwadratowym terenie o boku 1 km rośnie 4500 drzew o średnicy pnia 50 cm. Udowodnij, że można znaleźć na nim taki prostokąt $10 \text{ m} \times 20 \text{ m}$, na którym nie rośnie żadne drzewo.