

## Piąta seria zadań trudniejszych

czwartek, 26 listopada 2009

1. Niech  $a$  i  $b$  będą dwoma względnie pierwszymi liczbami całkowitymi. Rozważmy ciąg arytmetyczny  $a, a + b, a + 2b, a + 3b, \dots$ . Udowodnij, że istnieje nieskończenie wiele wyrazów ciągu arytmetycznego, mających takie same dzielniki pierwsze
2. Wyznacz najmniejszą możliwą wartość  $f(1998)$ , gdzie  $f$  jest funkcją z zbioru dodatnich liczb całkowitych w samą siebie, spełniającą dla każdego  $m, n \in \mathbb{N}$ :  
$$f(n^2 f(m)) = m(f(n))^2$$
3. Niech  $p$  będzie nieparzystą liczbą pierwszą. Znajdź liczbę  $p$ -elementowych podzbiorów  $A$  zbioru  $\{1, 2, \dots, 2p\}$ , takich że suma elementów  $A$  jest podzielna przez  $p$