Teoria liczb (prawie)

07.10.2008

1. Udowodnić, że istnieje nieskończenie wiele liczba naturalnych n takich, że $n^2 + 1 | n!$
2. Znaleźć wszystkie naturalne n takie, że: $n | 2^n - 1$.
3. Niech dzielniki liczby naturalnej $n > 1$ będą odpowiednio: $1 = d_1 < d_2 < ... < d_k = n$. Niech $S = d_1 d_2 + d_2 d_3 + ... + d_{k-1} d_k$. Udowodnić, że $S < n^2$. Kiedy $s | n^2$?
4. Znaleźć sumę: $1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + ... + n \cdot (n+1) \cdot (n+2)$
5. Liczby naturalne a i b mają tą własność, że dla wszystkich n naturalnych $a \cdot 2^n + b$ jest kwadratem liczby całkowitej. Udowodnij, że $a = 0$
6. Znajdź wszystkie takie n naturalne, dla których istnieje m naturalne takie, że:
$$2^n - 1 | m^2 + 9$$
7. Na ile części można podzielić przestrzeń n płaszczyznami?