**Zadania trudniejsze dla odmiany**

**1.** Rozwiązać układ równań w liczbach nieujemnych:

$$\begin{cases} 1 + x_1 = x_2^2 \\ 1 + x_2 = x_3^2 \\ \ldots \\ 1 + x_{1995} = x_{1996}^2 \\ 1 + x_{1996} = x_1^2 \end{cases}$$

**2.** Pokazać, że dla każdego $n$ całkowitego dodatniego zachodzi:

$$1\sqrt{\binom{n}{1}} + 2\sqrt{\binom{n}{2}} + \ldots + n\sqrt{\binom{n}{n}} \leqslant \sqrt{2^{n-1}n^3}$$

**3.** Niech $a, b, c, d$ będą takimi liczbami nieujemnymi, że $ab + bc + cd + da = 1$. Pokazać, że zachodzi:

$$\frac{a^3}{b+c+d} + \frac{b^3}{c+d+a} + \frac{c^3}{d+a+b} + \frac{d^3}{a+b+c} \geqslant \frac{1}{3}$$

.

**4.** W czworokącie $ABCD$ wpisywalnym w okrąg i opisywalnym na okręgu, punkt $S$ jest środkiem okręgu wpisanego. Prosta przechodząca przez $S$ i równoległa do $AB$ przecina proste $AD$ i $BC$ odpowiednio w punktach $K$ i $L$, zaś prosta przechodząca przez $S$ i równoległa do $BC$ przecina proste $AB$ i $CD$ odpowiednio w punktach $P$ i $Q$. Pokazać, że $KL = PQ$.

**5.** W trójkącie $ABC$ punkt $I$ to środek okręgu wpisanego, a $S$ to szodek okręgu dopisanego, stycznego do boku $BC$. Pokazać, że środek odcinka $SI$ leży na okręgu opisanym na trójkącie $ABC$.

**6.** Dany jest ustalony okrąg $\gamma$ o środku w $S$ i ustalona prosta $l$. Punkt $M$ jest rzutem $S$ na $l$. Punkt $P$ jest zmiennym punktem na okręgu $\gamma$, okrąg o średnicy $PM$ przecina $\gamma$ ponownie w $X$ i $l$ ponownie w $Y$. Pokazać, że dla dowolnego wyboru $P$ proste $XY$ przechodzą przez ustalony punkt.