Sumy

1. Oblicz $\sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i}$.

2. Oblicz $\sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i}(-1)^i$.

3. Oblicz $\sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i}^2$.

4. Oblicz $\sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i}^2(-1)^i$.

5. Oblicz $\sum_{i=0}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} \binom{n}{i}\binom{n-i}{i}2^{n-2i}$.

6. Oblicz $\sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i}k^i$.

7. Oblicz $\sum_{i=1}^{n} i(i-1)(-1)^i$.

8. Oblicz $\sum_{i=0}^{n} i\binom{n}{i}$.

9. Oblicz $\sum_{i=0}^{n} \frac{\binom{n}{i}}{i+1}$.

10. Oblicz $\sum_{i=1}^{n}(n-i+1)\binom{n}{i}\binom{n}{i-1}$.

11. Oblicz $\sum_{k=0}^{n}\sum_{l=0}^{n-k} \binom{n}{k}\binom{n-k}{l}$.

12. Niech n,p,r całkowite dodatnie takie, że $n \geqslant p+r$. Oblicz $\sum_{i=0}^{n} \binom{i}{p}\binom{n-i}{r}$.

13. Pokazać, że dla każdego całkowitego dodatniego n podzielnego przez 3 zachodzi:

$$\sum_{k=0}^{n}\sum_{i=0}^{n} \binom{n}{k}\binom{n}{i}\binom{n-k}{n-2k-i}(-1)^{n-i} = \binom{n}{\frac{n}{3}}$$

.