

KÓŁECZKO ZE STEREOMETRII (30.1.2008, godz. 3:01)

1. Czy istnieje taki czworościan, że jego wszystkie ściany są przystającymi trójkątami różnobocznymi?
2. Dany jest sześcian o podstawach $ABCD$ i $PQRS$. Na przekątnej BS sześcianu wyznaczyć taki punkt M , by suma $MA + MP$ była najmniejsza.
3. Dany jest prostopadłościan o podstawach $ABCD$ i $PQRS$ taki, że $AB = 1$, $BC = 2$, $AP = 3$. Na przekątnej BS tego prostopadłościanu wyznaczyć taki punkt M , by suma $MA + MD$ była najmniejsza.
4. Dany jest czworościan $ABCD$, w którym o_1, o_2, o_3, o_4 są odpowiednio okręgami wpisanymi w trójkąty ABC, BCD, CDA, DAB . Wykazać, że jeśli o_1 i o_2 są styczne do BC w tym samym punkcie, to o_3 i o_4 są styczne do AD w jednym punkcie.
5. Dany jest czworościan $ABCD$, w którym O_1, O_2, O_3, O_4 są odpowiednio środkami okręgów wpisanych w trójkąty ABC, BCD, CDA, DAB . Wykazać, że jeśli proste DO_1 i AO_2 się przecinają, to proste BO_3 i CO_4 również.
6. Suma kwadratów długości krawędzi czworościanu jest równa k , suma kwadratów długości środkowych tego czworościanu jest równa s . Wykazać, że $k = 4s$.
7. W czworościanie foremnym $ABCD$ punkt M jest środkiem krawędzi BC , punkt F jest środkiem krawędzi AB , punkt E jest środkiem krawędzi DM . Wykazać, że kąt CEF jest kątem prostym.