KÓŁECZKO Z POTĘGI PUNKTU WZGLĘDEM OKRĘGU - ZADANKA

1.1. Niech o_1, o_2 będą pewnymi okręgami niewspółśrodkowymi. Udowodnić, że zbiór wszystkich takich punktów A, że potęga A względem o_1 jest równa potędze punktu A względem o_2 jest prostą (taką prostą nazywamy osią potęgową okręgów o_1 i o_2).

1.2. Dane są 3 okręgi parami niewspółśrodkowe: o_1, o_2 i o_3. Wykazać, że osie potęgowe par okręgów: o_1 i o_2, o_2 i o_3, o_1 i o_3, przecinają się w jednym punkcie lub są równoległe.

2.1. Punkty E i F należą odpowiednio do boków AC i AB trójkąta ABC, odcinki BE i CF przecinają się w punkcie M i $ME \cdot MB = MC \cdot MF$. Wykazać, że $AF \cdot AB = AE \cdot AC$.

2.2. Przekątna BD równoległoboku $ABCD$ jest dłuższa od przekątnej AC. Okrąg opisany na trójkącie ABC przecina BD w punkcie E. Wykazać, że okrąg opisany na trójkącie AED jest styczny do prostej AC.

2.3. Okrąg o jest styczny w punkcie D do prostej k. Cięciwa AB tego okręgu jest równoległa do prostej k, punkt C należy do prostej k, a odcinki AC i BC przecinają okrąg o w punktach odpowiednio E i F (różnych od "A i B). Wykazać, że prosta EF przechodzi przez środek odcinka CD.

2.4. Sześciokąt wypukły $ABCDEF$ spełnia warunki: $AB = BC$, $CD = DE$, $EF = FA$. Wykazać, że proste zawierające wysokości trójkątów BCD, DEF, FAB, poprowadzone odpowiednio z wierzchołków C, E, A, przcinają się w jednym punkcie.

2.5. Punkty A, B, C, D leża na prostej w tej właśnie kolejności. Przez punkty A i B prowadzimy okrąg o_1, przez punkty C i D prowadzimy okrąg o_2. Okręgi te przecinają się w punktach E i F. Wykazać, że przy ustalonych A, B, C, D, dla wszystkich par okręgów o_1 i o_2, proste EF przechodzą przez pewien ustalony punkt.