

Podobieństwo i przystawanie trójkątów

22.10.2008

1. Niech E będzie punktem na boku kwadratu $ABCD$, a O – środkiem okręgu opisanego na AEC . Pokazać, że $\angle OAE = 45^\circ$.

2. Na zewnątrz boków AC i BC trójkąta ABC dobudowano prostokąty $ACPQ$ i $BCRS$ o równych polach. Niech M będzie środkiem odcinka PR , zaś O – środkiem okręgu opisanego na ABC . Pokazać, że punkty M, C, O są współliniowe.

3. Dany jest trójkąt ostrokątny ABC . Punkty P i U leżą na boku BC , punkty Q i S – na boku CA , a punkty R i T – na boku AB , przy czym

$$PR \perp BC, \quad QP \perp CA, \quad RQ \perp AB, \quad US \perp BC, \quad ST \perp CA, \quad TU \perp AB$$

Pokazać, że trójkąty PQR i STU są przystające.

4. Punkty P i Q leżą odpowiednio na bokach BC i CD kwadratu $ABCD$, przy czym $\angle PAQ = 45^\circ$. Dowieść, że $BP + DQ = PQ$.

5. Niech $ABCD$ będzie takim czworokątem wypukłym, że $\angle DAB = \angle ABC$ oraz symetralne odcinków AD i BC przecinają się na boku AB . Udowodnij, że $AC = BD$.

6. Dany jest czworokąt $ABCD$. Dobudowujemy na zewnątrz trójkąty równoboczne ABM i CDL oraz wewnątrz – trójkąty równoboczne DAK i BCN . Dowieść, że czworokąt $KLMN$ jest równoległobokiem.

7. Niech AD będzie wysokością trójkąta prostokątnego ABC opuszczoną na przeciwprostokątną BC . Wiadomo, że p i q to długości obwodów trójkątów ACD i ABD . Obliczyć długość obwodu trójkąta ABC .