

Pięciogodzinówka przed drugim etapem - wersja 2

Dzień 2

4. Znaleźć wszystkie n całkowite dodatnie dla których równanie:

$$x^n + (2+x)^n + (2-x)^n = 0$$

ma rozwiązanie całkowite.

5. Czworokąt $ABCD$ jest rombem o boku długości a i kącie przy wierzchołku B o mierze 60° . Prosta l przechodzi przez punkt D i nie przecina wnętrza rombu. Proste AB i BC przecinają l odpowiednio w punktach E i F . Proste CE i AF przecinają się w punkcie M . Pokazać, że $CM \cdot CE = a^2$.

6. Funkcja f dla każdego n całkowitego nieujemnego spełnia warunki:

$$\begin{cases} f(2n+1) = 2f(n) \\ f(2n) = 2f(n) + 2n \end{cases}$$

Znaleźć maksymalną wartość funkcji f przyjmowaną dla argumentów ze zbioru $\{0, 1, 2, \dots, 2006\}$.