

Pięciogodzinówka przed drugim etapem, werszyn Chuck Norris

styczeń 2006, dzień 2.

4. Znaleźć wszystkie wielomiany $P(x)$ o współczynnikach rzeczywistych spełniające równanie $P(x-1)P(x+1) = P(x^2-1)$ dla każdego x rzeczywistego.

5. W trójkącie ABC zachodzi $AB > AC$. Dwusieczna wewnętrzna kąta przy wierzchołku A przecina bok BC w punkcie D . Punkt E jest takim punktem na AB , że kąt EDB jest prosty. Punkt F jest takim punktem na AC , że kąty BED i DEF mają równe miary. Pokazać, że wówczas również kąty BAD i FDC mają równe miary.

6. Ogrodnik Hofman opiekuje się swoim ogrodem mającym kształt nieskończonej płaszczyzny z układem współrzędnych. Na wiosnę Hofman przygotowuje skończoną liczbę miejsc w punktach kratowych (czyli tych o współrzędnych całkowitych) w których ma zamiar posadzić róże bądź też goździki. Pokazać, że Hofman może w ten sposób posadzić w odpowiednich miejscach róże, a w pozostałych goździki (po jednym kwiecie na każdym miejscu), aby na każdej prostej równoległej do którejkolwiek z osi układu współrzędnych liczba posadzonych róż i goździków różniła się co najwyżej o 1.