Wstęp do nierówności

1. Pokazać, że dla każdych $x_1, x_2, \ldots, x_n$ rzeczywistych dodatnich zachodzi:

$$\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_3} \ldots + \frac{x_n}{x_1} \geqslant n$$

.

2. Pokazać, że dla a, b, c rzeczywistych dodatnich zachodzi:

$$(a+b)(b+c)(a+c) \geqslant 8abc$$

3. Pokazać, Że dla x, y, z rzeczywistych dodatnich zachodzi:

$$x^3 + y^3 + z^3 \geqslant x^2y + y^2z + z^2x$$

4. Pokazać, że jeśli a, b, c są długościami boków trójkąta, to:

$$(a+b-c)^2 + (a-b+c)^2 + (-a+b+c)^2 \geqslant ab + bc + ac$$

5. Pokazać, że jeśli x_i - ciąg liczb rzeczywistych dodatnich, to:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i^i + \frac{n(n-1)}{2} \geqslant \sum_{i=1}^{n} ix_i$$

6. Pokazać, że jeśli x, y, z rzeczywiste dodatnie, to zachodzi:

$$\frac{x+y+z}{3} \geqslant \sqrt{\frac{xy+yz+xz}{3}}$$

7. Dana jest liczba rzeczywista $c > -2$. Pokazać, że jeśli x_i to ciąg liczb rzeczywistych dodatnich oraz

$$\sqrt{x_1^2 + cx_1x_2 + x_2^2} + \sqrt{x_2^2 + cx_2x_3 + x_3^2} + \ldots + \sqrt{x_n^2 + cx_nx_1 + x_1^2} = \sqrt{c+2}(x_1 + x_2 + \ldots + x_n)$$

to $c = 2$ lub $x_1 = x_2 = \ldots = x_n$.

8. Pokazać, że jeśli a, b, c rzeczywiste dodatnie, to zachodzi:

$$\sqrt{2(a^2+b^2)} + \sqrt{2(b^2+c^2)} + \sqrt{2(a^2+c^2)} \geqslant \sqrt{3(a+b)^2 + 3(b+c)^2 + 3(a+c)^2}$$