Liczenie kątów

1. Pokazać, że odbicie symetryczne orotcetrum trójkąta leży na okręgu opisanym na nim.

2. Niech ABC będzie trójkątem, zaś K, L, M środkami łuków BC, AC, AB okręgu na nim opisanego, nie zawierających przeciwległych wierzchołków. Pokazać, że środek okręgu wpisanego w ABC i ortocentrum KLM się pokrywają.

3. Niech ABC będzie trójkątem, zaś K, L, M środkami łuków BC, AC, AB okręgu na nim opisanego, nie zawierających przeciwległych wierzchołków. Pokazać, że $2[KLM] = [AMBKCL]$.

4. Niech ABC będzie trójkątem, zaś K, L, M środkami łuków BC, AC, AB okręgu na nim opisanego, nie zawierających przeciwległych wierzchołków. Pokazać, że $2[ABC] \leqslant [AMBKCL]$.

5. W czworokącie wypukłym $ABCD$ zachodzą równości $\angle ADB = 2\angle ACB$ oraz $\angle BDC = 2\angle BAC$. Pokazać, że $AD = CD$.

6. W trójkącie ostrokątnym ABC odcinek AA' jest wysokością, zaś punkty B' i C' odpowiednio rzutami punktu A' na boki AC i AB. Pokazać, że na czworokącie $BCB'C'$ da się opisać okrąg.

7. W okręgu o wybrano średnicę AB oraz punkt C różny od A i od B. Styczna do okręgu w punkcie C przecina przedłużenie AB w punkcie D. Pokazać, że dwusieczna kąta CDA odcina z kąta ACB trójkąt równoramienny.

8. Punkty Q i R leżą na okręgu γ. Punkt P jest przecięciem stycznych do okręgu przechodzących przez Q i R. Punkt A leży na przedłużeniu PQ bliżej Q niż P. Okręg opisany na trójkącie APR przecina okrąg γ w punkcie B, zaś prosta AR przecina γ w C. Pokazać, że $\angle PAR = \angle ABC$.

9. Punkt D leży na boku AB trójkąta ABC. Okręgi styczne do prostych AC i BC odpowiednio w punktach A i B przechodzą przez punkt D i przecinają się po raz drugi w punkcie E. Niech F będzie punktem symetrycznym do punktu C względem symetralnej odcinka AB. Wykazać, że punkty D, E i F leża na jednej prostej.