Jednokładność

7.01.2009

1. Dany jest trójkąt ABC oraz punkty H – ortocentrum, O – środek okręgu opisanego oraz S – środek ciężkości. Udowodnić, że punkty te leżą na jednej prostej (prosta Eulera) oraz znaleźć stosunek $\frac{HO}{HS}$.

2. Skonstruować kwadrat, którego dwa sąsiednie wierzchołki będą należały do dwóch różnych boków, a dwa pozostałe wierzchołki – do trzeciego boku danego na płaszczyźnie trójkąta.

3. Punkt P należy do wnętrza czworokąta $ABCD$. Wykazać, że środki ciężkości trójkątów ABP, BCP, CDP i DAP są wierzchołkami równoległoboku.

4. Okręgi o_1 i o_2 są wpisane w kąt o wierzchołku w P i w kąty wierzchołkowe o wierzchołku w Q. Punkt R należy do okręgu o_1, a proste RQ i RP przecinają okrąg o_2 w czterech punktach. Pokazać, że dwa z tych czterech punktów są końcami jednej średnicy okręgu o_2.

5. Ustalone punkty A i B należą do okręgu o. Znaleźć zbiór środków ciężkości takich trójkątów ABX, że X należy do okręgu o.

6. Okręgi o_1 i o_2 są styczne wewnętrznie w punkcie B. Średnica AC okręgu o_1 jest styczna do o_2 w punkcie M. Pokazać, że BM jest dwusieczną kąta ABC.