

## KÓŁECZKO Z IZOMETRII (25.10.06) - ZADANIA

1. Dany jest trójkąt  $ABC$ . Na zewnątrz dobudowujemy trójkąty prostokątne równoramienne  $ACD$  i  $BCE$ , takie, że  $DA = DC$  i  $EC = EB$ . Niech  $M$  będzie środkiem boku  $AB$ . Udowodnić, że  $\triangle DME$  jest trójkątem prostokątnym równoramiennym.
2. Dany jest czworokąt wypukły  $ABCD$ . Na zewnątrz dobudowujemy trójkąty prostokątne równoramienne  $AKB$ ,  $BLC$ ,  $CMD$ ,  $DMA$ , gdzie  $K$ ,  $L$ ,  $M$ ,  $N$  są wierzchołkami kątów prostych. Dowieść, że  $KM = LN$ .
3. Dana jest prosta  $k$  i punkty  $A$  i  $B$  leżące po różnych stronach tej prostej. Skonstruować taki punkt  $C$  na prostej  $k$ , żeby prosta  $k$  była dwusieczną kąta  $ACB$ .
4. Dany jest czworokąt  $ABCD$ , który można wpisać w okrąg. Udowodnić, że jest to trapez równoramienny, jeśli  $2EF = AD + CB$ , gdzie  $E$  jest środkiem  $AB$ , zaś  $F$  - środkiem  $CD$ .
5. Dane są dwa punkty  $A$  i  $B$  oraz okrąg  $o$ . Znaleźć zbiór wszystkich punktów  $D$ , dla których istnieje punkt  $C$  należący do okręgu  $o$  taki, że  $ABCD$  jest równoległobokiem.
6. Dany jest czworokąt  $ABCD$ . Dobudowujemy na zewnątrz trójkąty równoboczne  $ABM$  i  $CDL$  oraz wewnątrz - trójkąty równoboczne  $DAK$  i  $BCN$ . Dowieść, że czworokąt  $KLNM$  jest równoległobokiem.