KÓŁECZKO Z IZOMETRII (25.10.06) - TEORIA

1. Definicja - Izometria (przekształcenie izometryczne) to takie przekształcenie płaszczyzny na tę samą płaszczyznę, które zachowuje odległości.

2. Izometria przekształca dowolną figurę na figurę do niej przystającą, m.in. zachowuje kąty, współliniowość punktów oraz kolejność punktów na prostej.

3. Wszystkie izometrie dzielimy na:

- przesunięcie (translację) [$T_{\vec{v}}$ - translacja o wektor $\vec{v}$]
- obrót [R_A^α - obrót o kąt skierowany α wokół punktu A]
- symetrię środkową (szczególny przypadek obrotu) [S_A - symetria środkowa o środku w punkcie A]
- symetrię osiową (szczególny przypadek symetrii z poślizgiem) [S_k - symetria osiowa względem prostej k]
- symetrię z poślizgiem (złożenie symetrii osiowej i przesunięcia o wektor równoległy do osi symetrii)

4. Izometrie dzielimy na parzyste i nieparzyste. Nieparzyste zmieniają orientację figur. Wszystkie izometrie nieparzyste są pewnymi symetriami z poślizgiem (być może zerowym).

5. Złożenie dwóch izometrii jest zawsze izometrią, m.in:

- $R_A^\alpha \circ R_B^\beta = R_C^{\alpha+\beta}$, gdzie C jest takim punktem, że $\angle BAC = \frac{\alpha}{2}$ i $\angle ABC = \frac{\beta}{2}$ (jeśli $\alpha + \beta = 360°$, otrzymamy przesunięcie o pewien wektor, dla dwóch symerii środkowych o środkach A, B, będzie to przesuniecie o wektor $2\vec{BA}$)
- $T_{\vec{u}} \circ T_{\vec{v}} = T_{\vec{u}+\vec{v}}$
- jeśli $k \parallel l$, to $S_k \circ S_l = T_{2\vec{u}}$, gdzie $\vec{u}$ jest wektorem prostopadłym do k oraz $T_{\vec{u}}(l) = k$.
- jeśli $k \nparallel l$, to $S_k \circ S_l = R_A^{2\alpha}$, gdzie $A = k \cap l$ oraz α jest kątem pomiędzy prostymi l i k.