

Zadania nieco trudniejsze

Termin: 19.11.2009

1. Dane są liczby wymierne a_1, \dots, a_{2n+1} spełniające warunek: jeśli pominiemy którąkolwiek z nich, to pozostałe można podzielić na 2 grupy po n liczb w ten sposób, że sumy liczb z obu grup są równe. Wykaż, że $a_1 = a_2 = \dots = a_{2n+1}$.

2. Udowodnij, że jeśli w grupie n osób każde dwie mają dokładnie jednego wspólnego znajomego, to istnieje wśród nich osoba, która zna wszystkich.

3. Rozstrzygnąć, czy istnieje taki zbiór $A \subseteq \{1, 2, 3, \dots, 2^{1996}\}$ o mocy 2012, że:

- $1 \in A$;
- $2^{1996} - 1 \in A$;
- każdy element A różny od 1 jest sumą dwóch, niekoniecznie różnych elementów A .