Zadania by night

grupa pierwszoklasistów

niedziela, 24 września 2006

1. Rozstrzygnąć, czy istnieją takie dwie liczby k, l, że liczby 2^k i 2^l mają taką samą liczbę cyfr oraz jedna powstaje poprzez permutację (przemieszanie) cyfr drugiej.

2. Znaleźć wszystkie takie n naturalne, dla których $n!$ jest podzielna przez sumę liczb od 1 do n.

3. Odcinek AB jest średnicą okręgu ω, zaś punkt M jest środkiem łuku AB. Punkt C leży na krótszym łuku BM a D jest rzutem punktu M na odcinek AC. Pokazać, że $AD = BC + CD$.

4. Autobus wyrusza z przystanku nr 1 i kończy bieg na przystanku nr 12, gdzie wszyscy pasażerowie wysiadają. Autobus ma 20 miejsc siedzących i tylko tyle osób może nim jechać. Jaka największa liczba pasażerów może skorzystać z autobusu, jeśli każdy pasażer jechałby inny odcinek trasy?

Zadania by night

grupa młodsza

niedziela, 24 września 2006

1. Rozstrzygnąć, czy istnieją takie dwie liczby k, l, że liczby 2^k i 2^l mają taką samą liczbę cyfr oraz jedna powstaje poprzez permutację (przemieszanie) cyfr drugiej.

3. Odcinek AB jest średnicą okręgu ω, zaś punkt M jest środkiem łuku AB. Punkt C leży na krótszym łuku BM a D jest rzutem punktu M na odcinek AC. Pokazać, że $AD = BC + CD$.

4. Autobus wyrusza z przystanku nr 1 i kończy bieg na przystanku nr 12, gdzie wszyscy pasażerowie wysiadają. Autobus ma 20 miejsc siedzących i tylko tyle osób może nim jechać. Jaka największa liczba pasażerów może skorzystać z autobusu, jeśli każdy pasażer jechałby inny odcinek trasy?

6. Dla trójkąta ABC punkty K, L, M są odpowiednio środkami łuków okręgu opisanego BC, CA, AB, które nie zawierają pozostałego wierzchołka trójkąta. Odcinki KL i KM przecinają AC i AB odpowiednio w P i w Q. Pokazać, że $PQ \| BC$.

Zadania by night

grupa starsza

niedziela, 24 września 2006

1. Rozstrzygnąć, czy istnieją takie dwie liczby k, l, że liczby 2^k i 2^l mają taką samą liczbę cyfr oraz jedna powstaje poprzez permutację (przemieszanie) cyfr drugiej.

2. Odcinek AB jest średnicą okręgu ω, zaś punkt M jest środkiem łuku AB. Punkt C leży na krótszym łuku BM a D jest rzutem punktu M na odcinek AC. Pokazać, że $AD = BC + CD$.

5. Liczby rzeczywiste a, b, c należą do przedziału $(0, 1]$ oraz suma dowolnych dwóch z nich jest większa od 1. Pokazać, że zachodzi:

$$\frac{a}{b+c-1} + \frac{b}{c+a-1} + \frac{c}{a+b-1} \geqslant \frac{3}{\sqrt[3]{abc}}$$

6. Dla trójkąta ABC punkty K, L, M są odpowiednio środkami łuków okręgu opisanego BC, CA, AB, które nie zawierają pozostałego wierzchołka trójkąta. Odcinki KL i KM przecinają AC i AB odpowiednio w P i w Q. Pokazać, że $PQ \| BC$.

Zadania by night

grupa najstarsza

niedziela, 24 września 2006

1. Rozstrzygnąć, czy istnieją takie dwie liczby k, l, że liczby 2^k i 2^l mają taką samą liczbę cyfr oraz jedna powstaje poprzez permutację (przemieszanie) cyfr drugiej.

5. Liczby rzeczywiste a, b, c należą do przedziału $(0, 1]$ oraz suma dowolnych dwóch z nich jest większa od 1. Pokazać, że zachodzi:

$$\frac{a}{b+c-1} + \frac{b}{c+a-1} + \frac{c}{a+b-1} \geqslant \frac{3}{\sqrt[3]{abc}}$$

6. Dla trójkąta ABC punkty K, L, M są odpowiednio środkami łuków okręgu opisanego BC, CA, AB, które nie zawierają pozostałego wierzchołka trójkąta. Odcinki KL i KM przecinają AC i AB odpowiednio w P i w Q. Pokazać, że $PQ \| BC$.

7. Pokazać, że dla każdej liczby całkowitej dodatniej k istnieje liczba całkowita dodatnia n taka, że $2^k | 3^n + 5$.