

## KÓLECZKO Z RÓŻNEJ GEOMETRII (30.04.08)

1. Dany jest trójkąt ostrokątny  $ABC$ . Prosta przechodząca przez punkt  $B$  i prostopadła do prostej  $AC$  przecina okrąg o średnicy  $AC$  w punktach  $K$  i  $L$ . Prosta przechodząca przez punkt  $A$  i prostopadła do prostej  $BC$  przecina okrąg o średnicy  $BC$  w punktach  $M$  i  $N$ . Wykazać, że punkty  $K$ ,  $L$ ,  $M$  i  $N$  leżą na jednym okręgu.

2. Punkt  $K$  i  $L$  leżą odpowiednio na bokach  $BC$  i  $CD$  równoległoboku  $ABCD$ , przy czym  $BK = DL$ . Odcinki  $DK$  i  $BL$  przecinają się w punkcie  $P$ . Dowieść, że półprosta  $AP$  jest dwusieczną kąta  $BAD$ .

3. Z punktu  $P$  leżącego na zewnątrz okręgu o środku  $O$  poprowadzono styczne  $PA$  i  $PB$ . Prosta przechodząca przez środek odcinka  $AB$  przecina dany okrąg w punktach  $C$  i  $D$ . Dowieść, że  $\angle APC = \angle DPB$ .

4. Dany jest trójkąt  $ABC$ , w którym  $AC = BC$ . Punkt  $D$  jest środkiem boku  $AB$ , a punkt  $E$  jest rzutem prostokątnym punktu  $D$  na prostą  $BC$ . Punkt  $M$  jest środkiem odcinka  $DE$ . Dowieść, że proste  $AE$  i  $CM$  są prostopadłe.

5. Punkt  $F$  leży na boku  $DE$  pięciokąta wypukłego  $ABCDE$ , przy czym  $\angle FAC = \angle DBC$  oraz  $\angle FCA = \angle EBA$ . Wykazać, że  $\angle BAE + \angle BCD = 180^\circ$ .

6. Dany jest trójkąt ostrokątny  $ABC$ . Punkty  $D$  i  $E$  są rzutami prostokątnymi punktów  $A$  i  $B$  odpowiednio na proste  $BC$  i  $CA$ . Punkty  $P$  i  $Q$  są rzutami prostokątnymi odpowiednio punktów  $A$  i  $B$  na prostą  $DE$ . Dowieść, że  $PE = DQ$ .

7. Punkty  $P$  i  $Q$  leżą na bokach  $BC$  i  $CD$  rombu  $ABCD$ , przy czym prosta  $PQ$  jest styczna do okręgu o wpisanego w dany romb. Niech  $K$  będzie punktem styczności okręgu  $o$  z odcinkiem  $AB$ . Dowieść, że proste  $KP$  i  $AQ$  są równoległe.