KÓŁECZKO Z RÓŻNEJ GEOMETRII (28.11.06)

1. TEORIA

1.1. Aby rozwiązać zadanie, należy:
- przeczytać treść zadania
- jeszcze raz przeczytać treść zadania
- przemyśleć treść zadania
- przeczytać treść zadania i sprawdzić, czy dobrze się rozumie
- rozwiązać zadanie
- przeczytać treść i sprawdzić, czy się rozwiazało to, co trzeba

1.2. Gdy nie wiesz, co zrobić - dorysuj równoległobok.

1.3. Jeśli nic nie widzisz na rysunku, dorysuj kolejną kreskę.

1.4. Gdy inni nic nie widzą na rysunku - użyj kredek :)

2.ZADANKA

2.1. Niech o będzie okręgiem opisanym na trójkącie ostrokątnym ABC, zaś I środkiem okręgu wpisanego w ten trójkąt. Półprosta AI przecina okrąg o ponownie w punkcie D. Wykazać, że $BD = CD = ID$.

2.2. Niech H będzie ortocentrum w trójkącie ostrokątnym ABC, zaś H' - jego odbiciem względem AB. Wykazać, że H' leży na okręgu opisanym na ABC.

2.3. Wykazać, że w dowolnym trójkącie środki boków, spodki wysokości i środki odcinków łączących ortocentrum z wierzchołkami trójkąta leżą na jednym okręgu.

2.4. Udowodnić, że w dowolnym trójkącie ostrokątnym ABC istnieje dokładnie jeden punkt P taki, że $\angle CAP = \angle ABP = \angle BCP$.

2.5. Czworokąt $ABCD$ jest wpisany w okrąg. K, L, M, N są środkami okręgów wpisanych w ABC, BCD, CDA, DAB. Wykazać, że $KLMN$ jest prostokątem.

2.6. Punkt I jest środkiem okręgu wpisanego w trójkąt ABC. Proste AI i BI przecinają okrąg opisany na trójkącie ABC odpowiednio w punktach P i Q, różnych od A i B. Punkt F jest takim punktem, że czworokąt $CPFQ$ jest równoległobokiem. Dowieśc, że jeśli $I \neq F$, to proste IC i IF są prostopadłe.

2.7. Punkt P należy do wnętrza trójkąta równobocznego ABC. Proste PA, PB i PC przecinają boki tego trójkąta odpowiednio w punktach D, E i F. Wykazać, że $PD+PE+PF < AB$.