Powrót geometrii

1. W trójkącie ABC okrąg wpisany styczny jest do boków BC, AC, AB odpowiednio w punktach K, L, M. Punkty P, Q, R są środkami okręgów wpisanych w trójkąty AML,BMK i CKL odpowiednio. Pokazać, że proste PK,QL i RM przecinają się w jednym punkcie.

2. W kąt $\angle A$ wpisane są okręgi Γ_1 i Γ_2. Okrąg ω jest styczny zewnętrznie do Γ_1 w K i do Γ_2 w L. Pokazać, że punkty A, K, L są współiniowe.

3. Trójkąt $A_1A_2A_3$ wpisany jest w okrąg Γ. Okręgi ω_i są styczne do boków $A_{i-1}A_i$ oraz A_iA_{i+1} oraz wewnętrznie do Γ w B_i,gdzie $i \in \{1, 2, 3\}$ zaś $A_0 = A_3$ i $A_4 = A_1$. Pokazać, że proste A_iB_i dla $i \in \{1, 2, 3\}$ przecinają sę w jednym punkcie.

4. Trójkąt $A_1A_2A_3$ wpisany jest w okrąg Γ. Okręgi ω_i są styczne do boków $A_{i-1}A_i$ w $X_{i,1}$, do A_iA_{i+1}w $X_{i,2}$ oraz wewnętrznie do Γ, gdzie $i \in \{1, 2, 3\}$ zaś $A_0 = A_3$ i $A_4 = A_1$. Pokazać, że proste $X_{i,1}X_{i,2}$ dla $i \in \{1, 2, 3\}$ przecinają sę w jednym punkcie.

5. Niech H będzie ortocentrum trójkąta ostrokątnego ABC. Pokazać, że symetrlane odcinków AH, BH, CH wycinają z trójkąta ABC sześciokąt, którego główne przekątne przecinają się w jednym punkcie.

6. Na ile co najwyżej częsci mogą podzielić cztery okręgi płaszczyznę?

7. W trójkącie ABC okrąg wisany jest styczny do boków BC, AC, AB w punktach K, L, M odpowiednio. Proste k, l, m przechodzą przez puntky A, B, C odpowiednio i ich przecięcia z okręgiem wpisanym w ABC bliższe odpowiednio A, B, C to A', B', C'. Pokazać, że proste K, L, M przecinają się w jednym punkcie wtedy i tylko wtedy gdy proste $A'K, B'L, C'M$ przecinają się w jednym punkcie.