Bajeczki

25.02.2009

1. Podać kombinatoryczne uzasadnienie tożsamości:

$$\sum_{i=0}^{n} \binom{n}{k}^2 = \binom{2n}{n}.$$

2. Dla $n \geqslant 3$ podać kombinatoryczne uzasadnienie tożsamości:

$$\binom{3n}{3} = n^3 + 6\binom{n}{2}\binom{n}{1} + 3\binom{n}{3}.$$

3. Podać kombinatoryczne uzasadnienie tożsamości:

$$\sum_{i=k}^{n} \binom{n}{i}\binom{i}{k} = 2^{n-k}\binom{n}{k}.$$

4. Podać kombinatoryczne uzasadnienie tożsamości:

$$\sum_{i=0}^{n} 5^{n-i}\binom{n}{i} = 6^n.$$

5. Na ile sposobów można przedstawić liczbę naturalną j w postaci k nieujemnych składników całkowitych:

$$j = x_1 + x_2 + \ldots + x_k \ ?$$

$0 + 1$ *i* $1 + 0$ *to dwa różne przedstawienia.*

6. Podać kombinatoryczne uzasadnienie tożsamości:

$$\sum_{k=0}^{n} k(n + 1 - k) = \binom{n+2}{3}.$$

7. Podać kombinatoryczne uzasadnienie tożsamości:

$$\sum_{i=0}^{k} \binom{n-i}{k-i} = \binom{n+1}{k}.$$