

Bajeczki

25.02.2009

1. Podać kombinatoryczne uzasadnienie tożsamości:

$$\sum_{i=0}^n \binom{n}{k}^2 = \binom{2n}{n}.$$

2. Dla $n \geq 3$ podać kombinatoryczne uzasadnienie tożsamości:

$$\binom{3n}{3} = n^3 + 6 \binom{n}{2} \binom{n}{1} + 3 \binom{n}{3}.$$

3. Podać kombinatoryczne uzasadnienie tożsamości:

$$\sum_{i=k}^n \binom{n}{i} \binom{i}{k} = 2^{n-k} \binom{n}{k}.$$

4. Podać kombinatoryczne uzasadnienie tożsamości:

$$\sum_{i=0}^n 5^{n-i} \binom{n}{i} = 6^n.$$

5. Na ile sposobów można przedstawić liczbę naturalną j w postaci k nieujemnych składników całkowitych:

$$j = x_1 + x_2 + \dots + x_k ?$$

$0 + 1$ i $1 + 0$ to dwa różne przedstawienia.

6. Podać kombinatoryczne uzasadnienie tożsamości:

$$\sum_{k=0}^n k(n+1-k) = \binom{n+2}{3}.$$

7. Podać kombinatoryczne uzasadnienie tożsamości:

$$\sum_{i=0}^k \binom{n-i}{k-i} = \binom{n+1}{k}.$$