Zadania trudniejsze na kółko 21.01.2010

15.10.2009

1. Zbiór S liczb naturalnych jest zdefiniowany następująca:

1. Jeśli $a \in S$ to wszystkie dzielniki a również należą do S
2. Jeśli $1 < a < b$ oraz $a, b \in S$ to $1 + ab \in S$

Udowodnij, że jeśli do S należą trzy różne liczby naturalne to $S = \mathbb{N}$

2. Macierz n x n, z wyrazami należącymi do zbioru $\{1, 2 \ldots, 2n$ - $1\}$, nazywamy pseudomacierzą Rzeszuta, jeśli dla każdego $i \in \{1, 2 \ldots, n\}$ połączenie zbioru wyrazów *i-tego* wiersza oraz zbioru wyrazów *i-tej* kolumny zawiera $2n$ - 1 różnych liczb. Pokaż, że nie istnieje macierz pseudorzeszuta dla $n = 1997$. Udowodnij, że pseudomacierz Rzeszuta istnieje dla nieskończenie wielu n.