

## Kółko 9 VI 2005 - Sumowanie

### Proste przykłady

**0a.** Oblicz sumę  $\sum_{i=1}^n \frac{1}{i(i+1)}$ .

**0b.** Oblicz sumę  $\sum_{i=0}^n (-1)^i \binom{n}{i}$ .

**0c.** Wykaż, że dla  $n \in N$  zachodzi:  $\sum_{i=0}^n i(i-1) \binom{n}{i} = n(n-1)2^{n-2}$ .

**0d.** Wykaż, że dla  $n \in N$  zachodzi:  $\sum_{i=0}^n \binom{n}{i}^2 = \binom{2n}{n}$ .

**0e.** Oblicz sumę  $\sum_{i=1}^n i^2$ .

**0f.** Oblicz sumę  $\sum_{i=0}^n 2^i \binom{n}{i}$ .

### Zadania

**1.** Wskazać wielomian  $W(x)$  o współczynnikach całkowitych, taki, że

$$\sum_{i=1}^n W(i) = n^3,$$

lub udowodnić, że taki nie istnieje.

**2.** Oblicz sumę  $\sum_{i=1}^n k \cdot k!$ .

**3.** Oblicz sumę  $\sum_{i=1}^n \frac{i}{2^i}$ .

**4.** Oblicz sumę  $\sum_{i=1}^n \frac{i^2}{2^i}$ .

**5.** Oblicz sumę  $\sum_{i=0}^n (-1)^i \binom{n}{i}^2$ .

**6.** Oblicz sumę  $\sum_{i=1}^m i(i+1) \dots (i+m)$ .

**7.** Wykaż, że dla  $j, k, n \in N$  takich, że  $n+k \geq j$  zachodzi:  $\sum_{i=0}^n \binom{n}{i} \binom{k}{j-i} = \binom{n+k}{j}$ .

**8.** Oblicz sumę  $\sum_{k=0}^n \frac{\binom{n}{k}}{k+1}$ .