

1 Stożkowe - wykład dla najstarszych

1.1 Fakciki

1. Odcinki między ogniskiem a punktem styczności tworzą ze styczną równe kąty.
2. Odbicia ustalonego ogniska względem stycznej leżą na okręgu o środku w drugim ognisku.
3. Rzuty ognisk na styczne leżą na jednym okręgu.
4. Zbiór punktów z których widać elipsę pod kątem prostym jest okręgiem.
5. Iloczyn odległości ognisk od stycznej jest stały.
6. Proste s, t są styczne do elipsy E o ogniskach K, L w punktach A i B oraz przecinają się w P . Proste AK i BL przecinają się w punkcie Q wówczas QP jest dwusieczną kąta $\angle KQL$.
7. Proste s, t są styczne do elipsy E o ogniskach K, L w punktach A i B oraz przecinają się w P . Wówczas $\angle KPA = \angle LPB$.
8. Punkty P i Q leżą wewnątrz trójkąta ABC przy czym $\angle PAB = \angle QAC$ i $\angle PBA = \angle QBC$. Wówczas $\angle PCA = \angle QCB$.
9. Dwie sfery są wpisane w stożek. Wówczas płaszczyzna doń styczna wycina ze stożka elipsę o ogniskach w punktach styczności.

1.2 Zadania

1. Dany jest czworokąt $ABCD$. Pokazać, że sfera wpisana jest styczna do ściany BCD w jej ortocentrum wtedy i tylko wtedy, gdy sfera dopisana do ściany BCD jest styczna w środku okręgu opisanego.
2. Dany jest trójkąt ABC w którym $\angle ABC > 90^\circ$. Punkty P i Q należą do symetralnej odcinka AB i leżą wewnątrz kąta ACB . Dowieść, że jeżeli $\angle ACP = \angle BCQ$ to $\angle PAC = \angle QBC = 180^\circ$.
3. Punkt P leżący wewnątrz czworokąta wypukłego $ABCD$ ma tę własność, że jego rzuty na boki czworokąta leżą na jednym okręgu. Pokazać, że jest on współliniowy ze środkami przekątnych czworokąta.
4. Dany jest trójkąt ABC , w którym $AC = BC$. Punkty P i Q leżą wewnątrz tego trójkąta, przy czym $\angle PAC = \angle ABQ$ i $\angle PBC = \angle BAQ$. Pokazać, że punkty C, P, Q są współliniowe.
5. W czworokącie $ABCD$ miara kąta wewnętrznego przy wierzchołku A jest większa niż 180° oraz zachodzi równość $AB \cdot CD = AD \cdot BC$. Punkt P jest symetryczny do punktu A względem prostej BD . Udowodnić $\angle PCB = \angle ACD$.