

Grafy

Planarność

1. Gdy graf G jest planarny, n oznacza liczbę jego wierzchołków, m liczbę jego krawędzi, a f liczbę jego ścian licząc tę nieograniczoną, to $n - m + f = 2$.

2. Gdy graf G jest planarny, oznaczenia jak poprzednio, $n \geq 3$ to zachodzi $m \leq 3n - 6$.

3. Jeśli graf G jest planarny, to zawiera wierzchołek stopnie nie większego niż 5.

4. Jeśli graf G jest planarny, to jego wierzchołki dadzą się pokolorować na 5 kolorów, tak, by żadne dwa połączone krawędzią wierzchołki nie były tego samego koloru.

5. *Twierdzenie o czterech barwach.* Jeśli graf G jest planarny, to jego wierzchołki dadzą się pokolorować na 4 kolorów, tak, by żadne dwa połączone krawędzią wierzchołki nie były tego samego koloru (dowód jest trudny, zrobiony dopiero w 1976 roku).

6. K_5 i $K_{3,3}$ nie są planarne.

7. *Twierdzenie Kuratowskiego.* Graf G nie jest planarny wtedy i tylko wtedy, gdy zawiera podgraf homeomorficzny z $K_{3,3}$ lub K_5 . (grafy G_1 i G_2 są homeomorficzne, jeśli można z nich uzyskać grafy izomorficzne poprzez dostawianie na krawędziach wierzchołków stopnia 2).

Zadanka

1. Wykaż, że K_5 i $K_{3,3}$ nie są planarne.