

## Pięciogodzinówka, dzień drugi

luty 2005

4. Rozstrzygnij, czy szachownice  $6 \times 6$  da się pokryć kostkami domina  $2 \times 1$ , tak, aby każda z 10 linii dzielących kratki szachownicy była przecięta przez co najmniej jedno domino.

5. Znajdź wszystkie funkcje  $f : \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$  spełniające dla każdego  $x, y \in \mathbb{Q}$  równość

$$f(x + f(y)) = f(x) + y.$$

6. Punkty  $D$ ,  $E$  i  $F$  są dowolnymi punktami leżącymi na odpowiednio symetralnych boków  $BC$ ,  $AC$  i  $AB$  trójkąta  $ABC$ . Proste  $k$ ,  $l$ ,  $m$  są prostymi przechodzącymi przez odpowiednio wierzchołki  $A$ ,  $B$  i  $C$  oraz prostopadłymi do odpowiednio prostych  $EF$ ,  $DF$ ,  $DE$ . Wykazać, że proste  $k$ ,  $l$  i  $m$  przecinają się w jednym punkcie.