1. Dane jest m monet, z których wszystkie waża tyle samo oprócz jednej, której masa jest inna. Jakie jest największe m takie, że podróbkę da się znaleźć w co najwyżej n ważeniach na wadze szalkowej bez odważników, jeśli

(a) wiadomo czy moneta fałszywa jest cięższa czy lżejsza od pozostałych.

(b) nie wiadomo czy moneta fałszywa jest cięższa czy lżejsza od pozostałych.

2. Wykazać, że dla dowolnych liczb rzeczywistych dodatnich $x_1, x_2, \ldots, x_n$ dla których zachodzi $x_1 x_2 \ldots x_n$ zachodzi nierówność:

$$\frac{1}{n-1+x_1} + \frac{1}{n-1+x_2} + \ldots + \frac{1}{n-1+x_n} \leqslant 1.$$

3. W kwadracie $ABCD$ na boku AB obrano taki punkt P, że $2|AP| = 3|PB|$, zaś na przekątnej AC taki punkt Q, że $|AQ| = 4|QC|$. Wykaż, że kąt DQP jest prosty.

4. W sześciokącie wypukłym $ABCDEF$ kąty przy wierzchołkach A, C i E są równe oraz $|AB| = |BC|$, $|CD| = |DE|$ i $|EF| = |FA|$. Wykazać, że w sześciokąt $ABCDEF$ da się wpisać okrąg.

5. Punkty A, B i C leżą na prostej k w tej właśnie kolejności. Okrąg o środku w punkcie O_1 przechodzi przez punkty A i B, zaś okrąg o środku O_2 przechodzi przez punkty B i C, przy czym punkty O_1 i O_2 leżą po tej samej stronie prostej k. Okręgi te przecinają się w punkcie P, zaś okręgi opisane na trójkątach O_1AB i O_2BC przecinają się w punkcie Q. Wykazać, że jeśli punkty P, Q i B są współliniowe, to okręgi opisane na trójkątach ABO_1 i BCO_2 są przystające.

6. Ciąg $a_0, a_1, a_2, a_3, \ldots$ jest zdefiniowany następująco:

$$a_0 \text{ i } a_{n+1} = \tfrac{3a_n + \sqrt{5a_n^2 - 4}}{2}.$$

Wykazać, że wszystkie wyrazy ciągu (a_n) są liczbami całkowitymi.

7. Rozstrzygnąć, czy istnieje wielomian W o współczynnikach całkowitych, który przyjmuje dla każdego argumentu całkowitego wartość będącą liczbą pierwszą.

8. Wykazać, że w sześcianik $n \times n \times n$ da się wpisać różne liczby całkowite tak, by w każdym sześcianiku jednostkowym była jedna liczba i by suma liczb w n sześcianikach na osi równoległej do krawędzi sześcianika była równa 0.