Niezbyt typowy wykład

poniedziałek, 23 września 2002

W3. Ciąg liczb naturalnych (p_n) spełnia następujące warunki:
1° p_1 i p_2 są liczbami pierwszymi,
2° dla $n \geqslant 3$ liczba p_n jest największym dzielnikiem pierwszym liczby

$$p_{n-1} + p_{n-2} + 2000.$$

Udowodnij, że ciąg (p_n) jest ograniczony.

W4. W ostrosłupie prawidłowym o wierzchołku S i podstawie $A_1A_2\ldots A_n$ każda krawędź boczna tworzy z płaszczyzną podstawy kąt $60°$. Dla każdej liczby naturalnej $n \geqslant 3$ rozstrzygnij, czy można wybrać takie punkty $B_2, B_3, \ldots, B_n$ leżące odpowiednio na krawędziach $A_2S, A_3S, \ldots, A_nS$, że

$$|A_1B_2| + |B_2B_3| + |B_3B_4| + \ldots + |B_{n-1}B_n| + |B_nA_1| < 2 \cdot |A_1S|.$$

W5. Dla danej liczby naturalnej $n \geqslant 2$ znajdź najmniejszą liczbę k o następującej własności: z dowolnego k-elementowego zbioru pól szachownicy $n\times n$ można wybrać taki niepusty podzbiór, że liczba pól tego podzbioru w każdym wierszu i w każdej kolumnie jest parzysta.