

Seria łatwych zadań między innymi z liczb zespolonych

poniedziałek, 25 września 2000, wieczór

31. Korzystając ze wzorów na $\sin(\alpha + \beta)$, $\cos(\alpha + \beta)$, udowodnić indukcyjnie wzór de Moivre'a.

32. Sprawdzić, że:

a) $|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$,

b) Sprzężenie ilorazu dwóch liczb zespolonych jest równe ilorazowi ich sprzężeń.

33. Obliczyć $|z_1 - z_2|$, gdzie $z_1 = \frac{8}{3}(\cos \frac{\pi}{6} + i \cdot \sin \frac{\pi}{6})$.

34. Wprowadźmy prostokątny układ współrzędnych. Niech $A = (0, 0)$, $B = (3, 0)$, $C = (1, 1)$, $D = (2, 1)$, $E = (3, 1)$. Obliczyć $|\angle BAC| + |\angle BAD| + |\angle BAE|$.

35. Dowieść, że liczba $\log_{1+2/\sqrt{2}}(1 + 3\sqrt{2})$ jest niewymierna.

Uwaga: $a = \log_b(c)$ oznacza, że $b^a = c$.

36. Wykazać, że

$$-\pi^2 - 1 \leq \sqrt{|40\sqrt{2} - 57|} - \sqrt{40\sqrt{2} + 57} \leq -\pi^2.$$

37. Rozstrzygnąć, czy istnieją liczby niewymierne a, b takie, że a^b jest liczbą wymierną.