Indukcja

Poniedziałek, 7 lutego 2010

1.1. Wyznaczyć wszystkie takie funkcje $f(x)$, określone na zbiorze wszystkich liczb rzeczywistych i przyjmujące wartości rzeczywiste, że dla dowolnych liczb rzeczywistych x i y zachodzi równość:

$$f(f(x) - y) = f(x) + f(f(y) - f(-x)) + x$$

1.2. Wyznaczyć wszystkie takie funkcje monotoniczne $f(x)$, określone na zbiorze wszystkich liczb rzeczywistych i przyjmujące wartości rzeczywiste, że dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y zachodzi równość:

$$f(f(x) - y) + f(x + y) = 0$$

1.3. Znaleźć wszystkie monotoniczne funkcje $f : \mathbb{R} \leftarrow \mathbb{R}$ takie, że dla każdych $x, y \in \mathbb{R}$:

$$f(x) + f(y) = f(x + y)$$

1.4. Dana jest taka funkcja $f : \mathbb{R} \leftarrow \mathbb{R}$, że dla każdej liczby rzeczywistej x zachodzą równości:

$$f(x) = f(2x) = f(1 - x)$$

Dowieść, że funkcja f(x) jest okresowa.

1.5. Wyznacz wszystkie funkcje $f : \mathbb{R} \backslash \{0, 1\} \leftarrow \mathbb{R}$ spełniające dla każdego $x \in \mathbb{R} \backslash \{0, 1\}$ równanie:

$$f(x) + f(\frac{1}{1 - x} = x$$

1.6. Znajdź wszystkie funkcje $f : \mathbb{R} \leftarrow \mathbb{R}$ spełniające dla każdych $x, y \in \mathbb{R}$ równanie:

$$x \cdot f(y) + y \cdot f(x) = (x + y) \cdot f(x) \cdot f(y)$$