13.01.2009

1. W trójkącie ostrokątnym ABC, $\angle\ BAC = \frac{}{3}$. Wysokości BD i CE przecinają się w punkcie H. Wykazać, że prosta zawierająca dwusieczną BHE przechodzi przez środek okręgu opisanego na trójkącie ABC.

2. Na planszy nxn panuje epidemia. Na początku zarażonych jest k pól- ognisk epidemii. Zarazenie nastepune w momencie kiedy co najmniej 2 sasiadujace pola sa zarazone. Znaleźć najmniejsze k, dla którego istnieje k pól, które mogą zarazić cała plansze.

3. Niech x, y, z to liczby rzeczywiste dodatnie. Udowodnić, że zachodzi

$$\frac{1}{(x \quad y)^2} + \frac{1}{(y \quad z)^2} + \frac{1}{(z \quad x)^2} \geqslant \frac{4}{xy + yz + zx}$$

4. Tomkowi w koncu udalo sie zdac na prawo jazdy. W celu uczczenia wspanialego sukcesu postanowil odwiedzic n swoich znajomych, ktorzy mieszkaja na okregu o promieniu 300km. Tomek zainwestowal oszczednosci w nowy samochod, o sporej pojemnosci baku. Poprosil zanajomych, aby pomogli mu w tej wyprawie. I tak kazdy z kolegow po wizycie Tomka dolewa troche bezyny do baku Szczesliwie okazalo sie, ze w sumie Tomek dostanie dokladnie tyle paliwa ile bedzie potrzebowal do przejechania po calym okregu. Tomek startuje z pustym bakiem od dowolnego znajomego i konczy swoja podroz gdy zabraknie mu benzyny. Pokazac, ze instnieje taki znajomy Tomka, ze jezeli od niego rozpocznie sie podroz, to wszyscy znajomi zostana odwiedzeni.