

## Równania funkcyjne i niegeometria

26.11.2009r.

1. Udowodnij, że dla dodatnich liczb całkowitych  $a, b, c$  zachodzi:

$$\frac{a}{b+2c} + \frac{b}{c+2a} + \frac{c}{a+2b} \geq 1$$

2. Znajdź wszystkie funkcje  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , takie że  $f(x^2-y^2) = (x-y)(f(x) + f(y))$ .

3. Znajdź wszystkie funkcje  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , takie że  $f(f(x) + y) = f(x^2-y) + 4f(x)y$ .

4. Znajdź wszystkie trójki  $(a, b, c) \in \mathbb{N}^3$  takie, że  $a^3+b^3+c^3$  jest podzielne przez  $3a^2b, 3b^2c, 3c^2a$ .