

# Teoria Liczb

18.11.2008

1. Pokazać, że równanie:

$$a^2b^2 + b^2c^2 + 3b^2 - c^2 - a^2 = 2005$$

nie ma rozwiązań w liczbach całkowitych.

2. Pokazać, że:  $1998|222..22$  (1980 dwójek)

3. Znaleźć osiem ostatnich cyfr zapisu binarnego liczby:  $27^{1986}$

4. Rozwiązać w liczbach całkowitych układ równań:

$$a + b + c = 24$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 210$$

$$abc = 440$$

5. Rozwiązać w liczbach całkowitych równania diofantyczne:

$$x^2 - 3y^2 = 17 \tag{1}$$

$$2xy + 3y^2 = 24 \tag{2}$$

$$x^3 - y^3 = 61 + xy \tag{3}$$

6. Czy liczba  $4^{545} + 545^4$  jest pierwsza?

7. Pokazać, że:  $641|2^{32} + 1$ .