

Bałkany

Zadanie 1. Znaleźć wszystkie funkcje $f : R \rightarrow R$ spełniające dla dowolnych x, y

$$f(xf(x) + f(y)) = f(x)^2 + y$$

Zadanie 2. Niech S będzie zbiorem wszystkich punktów w danym trójkącie (wraz z jego brzegiem). Niech T to będzie S bez jednego punktu. Pokazać, że istnieje rodzina parami rozłącznych przedziałów domkniętych, których suma to T .

Zadanie 3. Niech $p > 5$ będzie liczbą pierwszą. Pokazać, że w zbiorze

$$A = \{p - n^2 : n^2 < p\}$$

istnieją $a, b > 1$ takie, że $a|b$.

Zadanie 4. Dwa okręgi o_1, o_2 o środkach w punktach A, B są styczne zewnętrznie w punkcie X . Trzeci okrąg o_3 - zawierający je, jest do nich styczny odpowiednio w punktach Y i Z . Prosta styczna do o_1, o_2 w punkcie X tworzy cięciwę o_3 , o środku w M . Pokazać, że $\angle YMZ = \angle ACB$.

Zadanie 5 (znane). Pokazać, że w każdym skończonym grafie nieskierowanym, w którym stopień każdego wierzchołka wynosi co najmniej 3 istnieje cykl parzystej długości.

Zadanie 6. Pokazać, że dla każdego naturalnego n istnieje $m > n$ takie, że 5^m powstaje przez dopisanie pewnych cyfr na końcu liczby 5^n

Zadanie 7. ?