**Asian Pacific + Shortlisty**

**Zadanie 1.** Pokazać, że dla dodatnich $x, y, z$ zachodzi

$$\frac{x^3}{(1+y)(1+z)} + \frac{y^3}{(1+x)(1+z)} + \frac{z^3}{(1+x)(1+y)} \geqslant \frac{3}{4}$$

**Zadanie 2.** Pokazać, że dla dodatnich liczb $a, b, c, d$ zachodzi

$$\frac{a}{b+2c+3d} + \frac{b}{c+2d+3a} + \frac{c}{d+2a+3b} + \frac{d}{a+2b+3c} \geqslant \frac{2}{3}$$

**Zadanie 3.**$f$ jest ściśle rosnącą funkcją $R \to R$, posiadającą funkcję odwrotną $f^{-1}$. Znaleźć wszystkie takie $f$, że dla każdego $x$

$$f(x) + f^{-1}(x) = 2x$$

**Zadanie 4.** Na płaszczyźnie danych jest 997 punktów. Wszystkie środki odcinków je łączących pomalowano na czerwono. Pokazać, że mamy co najmniej 1991 kropek. Czy da się otrzymać dokładnie 1991 kropeczek?

**Zadanie 5.** Bierzemy sobie trójkąt o bokach $a, b, c$. W jednym kroku tworzymy sobie nowy trójkąt (o ile się da) o bokach $\frac{a+b-c}{2}, \frac{a+c-b}{2}, \frac{b+c-a}{2}$. I tak w kółko. Zcharakteryzować wszystkie trójkąty dla których możemy tak robić w nieskończonośc.

**Zadanie 6.** Dany jest trójkąt $ABC$. Niech $D$ leży na $BC$, przy czym $AD$ jest wysokością. Punkty $X$,$Y$ leżą na okręgach $ABD$ i $ACD$ przy czym punkty $D, X, Y$ są współliniowe. $M$ jest środkiem $XY$ a $M'$ jest środkiem $BC$. Pokazać, że $MM'$ jest prostopadłe do $AM$.

**Dobre zadanko ;-)** Pokazać, że liczba $(36m + n)(36n + m)$ nie jest nigdy potęgą dwójki, dla żadnych naturalnych dodatnich $m, n$.