

## Geometria kombinatoryczna seria 0.I

**0.I.1** Każda figura o stałej szerokości  $d$  ma obwód  $\pi d$ .

**0.I.2** Spośród figur wypukłych o średnicy  $d$  największe pole ma koło.

UWAGA: Figurą o stałej szerokości  $d$  o najmniejszym polu jest trójkąt Reuleaux.

## Geometria kombinatoryczna seria 0.II

**0.II.1 Problem Kakei** Jakie jest najmniejsze pole figury płaskiej, w której można odcinek jednostkowy obrócić o  $180^\circ$ ?

**0.II.2 Zagadnienie izoperymetryczne** Udowodnić, że spośród figur o tym samym obwodzie największe pole ma koło.

UWAGA: Stosunkowo łatwo pokazać, że jeśli taka figura istnieje, to jest nią koło — dowód istnienia takiej figury jest trudny.

## Geometria kombinatoryczna I seria

**1.** Udowodnić, że ze wszystkich izoperymetrycznych  $n$ -kątów największe pole ma  $n$ -kąt foremny.

**2.** Wielokątem przegubowym o bokach długości  $a_1, a_2, \dots, a_n$  nazywamy dowolny wielokąt, którego kolejne boki mają długości  $a_1, a_2, \dots, a_n$ . Udowodnić, że największe pole ma ten wielokąt przegubowy, na którym można opisać okrąg.

Czy kolejność boków wpływa na pole tego wielokąta?

**3.** Udowodnić, że suma odległości dowolnego punktu czworoboku foremnego o krawędzi 1 od jego wierzchołków jest nie większa niż 3.

## Geometria kombinatoryczna II seria

**4.** Wykazać, że pole rzutu prostokątnego sześcianu o krawędzi 1 na płaszczyznę jest równo co najwyżej  $\sqrt{3}$ .

**5.** Podstawą ostrosłupa jest czworokąt wypukły. Wykazać, że można ten ostrosłup przeciąć płaszczyzną nie przecinającą podstawy tak, aby w przekroju otrzymać równoległobok.